Quadratische Funktionen - Anwendungsaufgaben

Lösungsteil:

1) Wasser marsch!

a) Bekannte Punkte: *P(0 | 1,40)* und *S(3,75 | 2,25)*
Term in Scheitelpunktform ermitteln: $f(x) = a(x - 3{,}75)^2 + 2{,}25 \quad \Rightarrow \quad 1{,}40 = a(0 - 3{,}75)^2 + 2{,}25$

$a = -0{,}06$

Die positive Nullstelle ermitteln: $\Rightarrow$ $\underline{f(x) = -0{,}06(x - 3{,}75)^2 + 2{,}25}$

$$0 = -0{,}06(x - 3{,}75)^2 + 2{,}25$$
$$\frac{-2{,}25}{-0.06} = (x - 3{,}75)^2$$
$$\pm\sqrt{37{,}5} = x - 3{,}75 \qquad \Rightarrow \qquad x = 3{,}75 + \sqrt{37{,}5} \approx 9{,}87$$

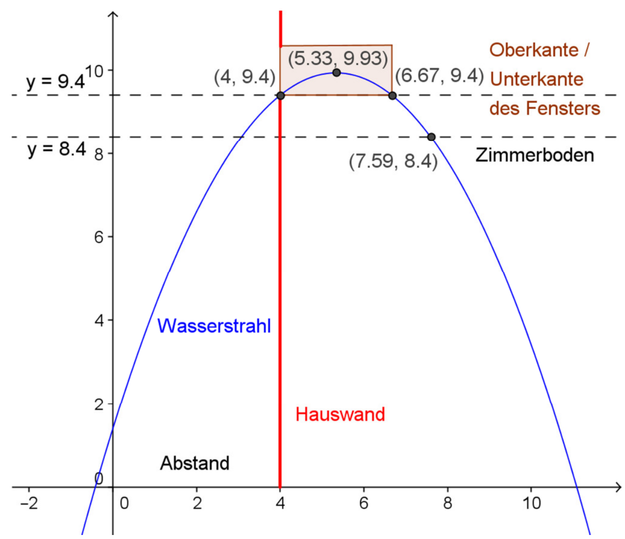
Der Abstand beträgt 9,87m, sie halten den Sicherheitsabstand von 8 Metern ein!

b) Abstand(sbereich) ermitteln:

$$-0{,}3x^2 + 3{,}2x + 1{,}40 = 9{,}40$$
$$-0{,}3x^2 + 3{,}2x - 8 = 0$$
$$x^2 - 10{,}66x + 26{,}66 = 0$$
$$x_{1,2} = 5{,}33 \pm \sqrt{(5{,}33)^2 - 26{,}66}$$
$$x_1 \approx 4{,}00 \qquad x_2 \approx 6{,}67$$

Scheitelpunkt bestimmen:

$$x_{Scheitel} = \frac{6{,}65 + 4{,}00}{2} \approx 5{,}325 \qquad f(5{,}325) \approx 9{,}93$$



Der Zimmerboden liegt ca. 1m unterhalb der Unterkante des Fensters. Auftreffpunkt des Strahls bestimmen (bei minimalem Abstand des Löschteams von der Hauswand):

$$-0{,}3x^2 + 3{,}2x + 1{,}40 = 8{,}40$$
$$-0{,}3x^2 + 3{,}2x - 7 = 0$$
$$x^2 - 10{,}66x + 23{,}33 = 0$$
$$x_{1,2} = 5{,}33 \pm \sqrt{(5{,}33)^2 - 23{,}33}$$
$$x_1 \approx 7{,}59 \qquad x_2 \approx 3{,}07$$

Da der Scheitelpunkt bei einer Höhe von 9,93m unter der Oberkante des Fensters bei 9,40 + 1,20 = 10,60m liegt, kann sich das Löschteam in einem Abstandsbereich von minimal 4,00m (siehe Skizze) und maximal 6,67m von der Hauswand befinden.
Bei einem minimalen Abstand von 4,0m trifft der Wasserstrahl ungefähr 7,59 – 4,00 = 3,59m hinter dem Fenster auf den Zimmerboden und erreicht damit den angenommenen Brandherd.

2) Amtliche Auskunft

Alle Abmessungen ermitteln und einen Term für den Parabelbogen aufstellen

Zuerst den Maßstab *m* an einer geeigneten Stelle, hier der Scheitelhöhe von 3,80m über der Straße, ermitteln:

$$m = \frac{3{,}80}{(3{,}78 + 2{,}22 + 0{,}15)} \approx 0{,}6179\,m/cm$$

Höhe der Seitenmauern: $0{,}6179 \cdot 2{,}22 \approx 1{,}372m$

Breite des Gehweges: $0{,}6179 \cdot 2{,}18 \approx 1{,}347m$

Breite einer Fahrspur: $0{,}6179 \cdot 3{,}62 \approx 2{,}237m$

Breite des Parabelbogens: $0{,}6179 \cdot 5{,}80 \approx 3{,}584m$

Höhe des Parabelbogens: $0{,}6179 \cdot 3{,}78 \approx 2{,}336m$

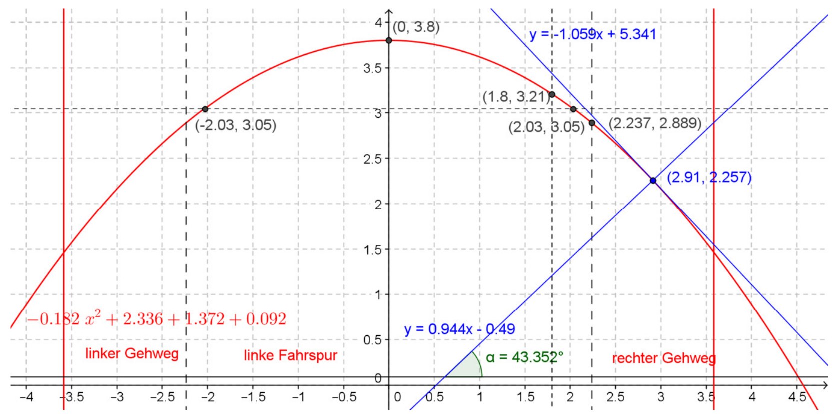
Term für den Parabelbogen in vereinfachter Scheitelpunktform *f(x) = ax² + b* $\Rightarrow$

$$f(x) = ax^2 + 2{,}336$$
$$0 = a(3{,}584)^2 + 2{,}336$$
$$a \approx \frac{-2{,}336}{(3{,}584)^2} \approx -0{,}182$$

$\Rightarrow$ <u>*f(x) = –0,182 x² + 2,336*</u>

a) $f(1{,}80) + 1{,}372 + 0{,}092 = -0{,}182 \cdot (1{,}80)^2 + 2{,}336 + 1{,}372 + 0{,}092 \approx 3{,}21$

Die Prunkwagen dürfen an den Seiten bis zu 3,15m hoch sein, in der Mitte bis zu 3,74m.



b)
$$3{,}05 = -0{,}182x^2 + 2{,}336 + 1{,}372 + 0{,}092$$
$$-0{,}75 = -0{,}182x^2$$
$$x^2 = 4{,}12$$
$$x = \pm 2{,}03$$

Die Müllfahrzeuge reichen
2,03 – 2,20 ≈ 0,17m
in die Gegenspur hinein. Sie müssen
2,237 – 2,03 ≈ 0,207m
Abstand vom rechten Straßenrand / Gehweg halten, um nicht gegen die Decke zu stoßen. Damit bleibt für einen 2,0m breiten PKW im Gegenverkehr noch *2,237 – 0,207 ≈ 2,03m* Platz.

c) $f(3{,}584 - \frac{1{,}347}{2}) = f(2{,}91) \approx 0{,}795$

Für die Fußgänger bleibt eine Durchgangshöhe von *0,795 + 1,372 – 0,1 ≈ 2,06m* erhalten.

$$f'(x) = -0{,}364x$$
$$f'(2{,}91) = -1{,}059$$

$$m = \frac{-1}{-1{,}059} \approx 0{,}944$$
$$\tan^{-1}(0{,}944) \approx 43{,}35°$$

Die Maueranker zur Befestigung der Beleuchtung müssen mit einem Winkel von 43,35° in die Decke gebohrt werden.

3) <u>Vorsicht, Absturzgefahr!</u>

Gesamte Zeit bis zum Hören des Aufschlags: $t_{gesamt} = t_{fall} + t_{schall} = 5{,}2\ s$

Fallstrecke: $f(t_{fall}) = \frac{1}{2} g \cdot t_{fall}^2$ mit $g \approx 9{,}81 m/s$, Schallausbreitung: $330 m/s$

$\frac{1}{2} g \cdot t_{fall}^2 = 330 \cdot t_{schall}$ | Der Stein fällt nach unten, der Schall legt die gleiche Strecke nach oben zurück.

$\frac{g}{660} \cdot t_{fall}^2 = t_{schall}$

$\frac{g}{660} \cdot t_{fall}^2 = 5{,}2 - t_{fall}$ | $t_{schall} = 5{,}2 - t_{fall}$ $\Rightarrow$ einsetzen, um nur noch eine Variable zu haben.

$\frac{g}{660} \cdot t_{fall}^2 + t_{fall} - 5{,}2 = 0$ | umstellen und normieren, dann mit der pq-Formel lösen

$$t_{fall}^2 + \frac{660}{g} \cdot t_{fall} - \frac{3432}{g} = 0 \quad \Rightarrow \quad t_{fall1,2} = -\frac{330}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{330}{g}\right)^2 + \frac{3432}{g}} \qquad t_{fall} = 4{,}85s$$

Damit ergibt sich eine Tiefe von: $\frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot (4{,}85)^2 \approx 115{,}38m$

Probe mit der Schallstrecke: $330 \cdot (5{,}2 - 4{,}85) \approx 115{,}5m$ (Rundungsungenauigkeit)

Geschwindigkeit beim Aufschlag: $f'(t) = g \cdot t \qquad f'(4{,}85) = 9{,}81 \cdot 4{,}85 \approx 47{,}58 m/s \approx 171{,}28 km/h$