

$$\text{Gegeben ist die Funktion } f(x) = -\frac{1}{20}x^4 + \frac{4}{15}x^3$$

- 1) Zu welcher Funktionsklasse gehört  $f(x)$ ? Begründe deine Antwort.
- 2) Bilde die ersten drei Ableitungen von  $f(x)$ .
- 3) Gib an, in welchen Bereichen die Funktion streng monoton steigt oder streng monoton fällt (wahlweise in Intervall- oder Mengenschreibweise).
- 4) Gib an, in welchen Bereichen der Funktionsgraph rechtsgekrümmt und in welchen er linksgekrümmt ist (wahlweise in Intervall- oder Mengenschreibweise).
- 5) Prüfe die Funktion auf eine spezielle Symmetrie und gib diese an. Begründe deine Aussage sowohl durch einen Exponentenvergleich wie auch durch eine Funktionswertbetrachtung.
- 6) Gib an und erläutere, wie sich der Funktionswert entwickelt, wenn  $x$  beliebig klein oder groß wird (Globalverhalten der Funktion).
- 7) Bestimme alle Nullstellen der Funktion und stelle basierend hierauf den Funktionsterm als Linearfaktorprodukt dar.  
Hinweis: Beachte dabei den Grad der Funktion sowie den Koeffizienten vor dem Summanden mit dem höchsten Exponenten.
- 8) Ermittle rechnerisch (ohne GTR) alle Extremstellen der Funktion.  
Überprüfe dein Ergebnis ggf. mit dem GTR.
- 9) Ermittle rechnerisch (ohne GTR) alle Wendestellen der Funktion.  
Überprüfe dein Ergebnis ggf. mit dem GTR.
- 10) Ermittle die Gleichung der (Wende-)Tangente an den rechten Wendepunkt von  $f(x)$  sowie die Gleichung der zugehörigen Normalen. Hinweis:  $W(2,667 | f(2,667))$   
Die Wendetangente bildet mit den Koordinatenachsen ein Dreieck. Berechne dessen Fläche.
- 11) Unter welchem Winkel schneidet der Graph von  $f(x)$  die  $x$ -Achse an der rechten Nullstelle? Ermittle rechnerisch!
- 12) Welche mittlere Steigung hat  $f(x)$  zwischen beiden Wendestellen?

Nutze die Graphikfähigkeiten deines Taschenrechners, um die Funktionsgraphen und ihre Eigenschaften zu visualisieren und deine rechnerischen Ergebnisse zu überprüfen.