

Analytische Geometrie - Grundlagenübungen

Aufgabenteil:

Gegeben sind die drei Punkte $A(3 \mid 8 \mid -10)$,
 $B(3 \mid 20 \mid -25)$ und
 $C(6 \mid 4 \mid -10)$.

- 1) Nennen Sie alle Möglichkeiten, welche Lage im Raum drei Punkte zueinander einnehmen können. Prüfen Sie die prinzipielle Lage der Punkte A, B und C mit Hilfe eines rechnerischen Ansatzes!
- 2) Erstellen Sie mit Hilfe der gegebenen Punkte eine Beschreibung der zugehörigen Ebene E in Form einer vektoriellen Parametergleichung und leiten Sie hieraus durch geeignete Umformungsschritte auch eine Darstellung in Form einer Normalengleichung her.
Verwenden Sie dabei jeweils den Ortsvektor des Punktes A als Stützvektor.
- 3) Leiten Sie aus den obigen Ebenendarstellungen durch geeignete Umformungsschritte weiterhin eine Koordinatengleichung der Ebene E her.
Berechnen Sie die Schnittpunkte der Ebene mit den Koordinatenachsen und geben Sie diese an.
- 4) Die gegebenen Punkte spannen ein Dreieck ABC im Raum auf, das in der Ebene E liegt.
Berechnen Sie den Winkel am Eckpunkt A an und sowie die Fläche dieses Dreiecks.
- 5) Gegeben sei weiterhin der Punkt $D(6 \mid 8 \mid -15)$.
Prüfen Sie rechnerisch, (a) ob Punkt D in der Ebene liegt und
(b) falls ja, ob D innerhalb des Dreiecks ABC liegt.
- 6) Gegeben sei eine Gerade g durch den Punkt $E(6 \mid 6 \mid 6)$ mit dem Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 0 \\ -14 \\ -1 \end{pmatrix}$.
Berechnen Sie den Schnittpunkt S der Geraden g mit der Ebene E sowie den Schnittwinkel.
- 7) Welchen Abstand hat der Punkt E von der Ebene E ?
Erläutern Sie zunächst einen geeigneten rechnerischen Ansatz für die Abstandsbestimmung und berechnen Sie dann entsprechend den Abstand, d.h. die kürzeste Entfernung zwischen beiden.
- 8) Der Punkt E wird an der Ebene E gespiegelt.
Berechnen Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes E' .
- 9) Berechnen Sie den kürzesten Abstand zwischen der Geraden g (s.o.) und dem Punkt B .